

1 Formación de imágenes

Ejemplo 1. Lupa.

¿A qué distancia de un libro debe colocarse una lupa de distancia focal 10 cm para que la imagen sea derecha y del doble del tamaño que el original?

Solución: La magnificación nos da que

$$M = -\frac{q_1}{p_1} = 2 \implies q_1 = -2p_1$$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{2p_1} = \frac{1}{10} \implies \frac{2-1}{2p_1} = \frac{1}{10} \implies p_1 = 5 \text{ cm}$$

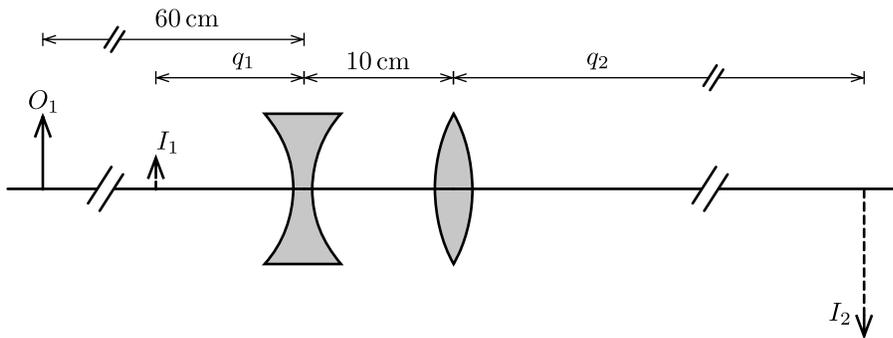


Figura 1: Ejemplo 2

Ejemplo 2. Dos lentes (31.25 Schaum Physics).

Un objeto se coloca a 60 cm en frente de una lente divergente de longitud focal -15 cm. Una lente convergente de longitud focal 20 cm se coloca a 10 cm detrás de la primera lente. ¿Dónde se ubica la imagen final, y cuál es la magnificación total?

Solución: Calculamos la posición de la primera imagen:

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{-15} \implies q_1 = -12 \text{ cm}$$

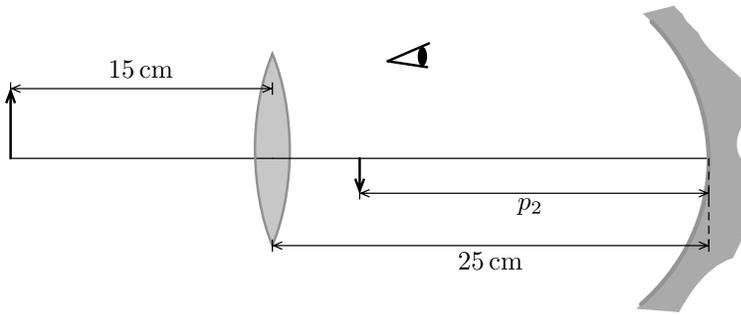
Esa posición es el objeto de la segunda lente, antes habiendo expresado esa posición respecto a la segunda lente:

$$p_2 = |q_1| + 10 = 22$$

$$\frac{1}{22} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{20} \implies q_2 = 220 \text{ cm}$$

$$M = M_1 M_2 = \left(\frac{-q_1}{p_1} \right) \left(\frac{-q_2}{p_2} \right) = -2$$

por lo que la imagen final está invertida y del doble del tamaño.



Ejemplo 3. Lente y espejo curvo.

Una lente convergente de longitud focal 5 cm se coloca a 25 cm al frente de un espejo cóncavo de longitud focal +10 cm. Además, se coloca un objeto a 15 cm de la lente convergente. Calcule la posición y magnificación de la imagen final, según como la ve un observador entre la lente y el espejo, viendo hacia este último.

Solución: Primera imagen:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} \implies q_1 = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm}$$

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} = -0.5$$

Segunda imagen:

$$p_2 = 25 - 7.5 = 17.5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2} = 0.0429 \implies q_2 = +23.333 \text{ cm}$$

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} = -1.33$$

$$\implies M = M_1 M_2 = +0.665$$

2 Interferencia y difracción

Ejemplo 4. Águila (Schaum 33.10).

Un águila tiene una pupila de 10 mm de diámetro. ¿A qué altitud puede volar para ver claramente a un ratón de 7 cm de largo? Asuma $\lambda = 550 \text{ nm}$.

Solución: $\theta_{\min} = 1.22\lambda/D \implies x = r\theta_{\min}$ con lo que $r = xD/(1.22\lambda) = 1000 \text{ m}$.

Ejemplo 5. Número de máximos.

¿Cuántos máximos hay en total proyectados en una pantalla para un experimento de dos rendijas cuya $\lambda = 400 \text{ nm}$ y $d = 2 \text{ mm}$?

Solución: La cantidad total de máximos de un lado se obtiene cuando $\theta = 90^\circ$, pues es allí es cuando se alcanzaría el extremo de una

pantalla de tamaño infinito. Entonces,

$$m_T \lambda = d \sin 90^\circ \implies m_T = \frac{d}{\lambda} = 5000$$

pero esos son solo los máximos de un lado, por lo que los máximos son en total $2 \times 5000 + 1 = 10\,001$ (el 1 es el máximo central).

Ejemplo 6. Interferencia más difracción.

Suponga un experimento de dos rendijas con ancho definido, $a = 1$ mm, y cuyos centros están separados $d = 4$ mm. a) ¿Cuándo coinciden los máximos de interferencia con los mínimos de difracción? b) Compare las intensidades de los dos primeros máximos de interferencia después del máximo central, suponiendo $\lambda = 500$ nm.

Solución: a) Los mínimos de difracción están determinados por

$$m_d \lambda = a \sin \theta$$

los máximos de interferencia están en

$$m_i \lambda = d \sin \theta$$

despejando $\sin \theta / \lambda$ de ambas ecuaciones e igualando,

$$\frac{m_d}{a} = \frac{m_i}{d} \implies m_i = 4m_d$$

es decir, cuando $m_d = 1$, $m_i = 4$, $m_d = 2$, $m_i = 8$, etc., es decir, cada 4 máximos de interferencia hay un mínimo de difracción.

b) La intensidad es el producto de las dos intensidades, la de interferencia y la de difracción:

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \left(\frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right)$$

El primer máximo de interferencia $m_i = 1$ se encuentra en

$$\lambda = d \sin \theta \implies \theta = 0.000125 \text{ rad}$$

el segundo máximo de interferencia $m_i = 2$ está en

$$2\lambda = d \sin \theta \implies \theta = 0.00025 \text{ rad}$$

La intensidad en cada máximo es

$$I_1 = 0.810569 I_0$$

$$I_2 = 0.40528 I_0$$

con lo que la comparación nos da

$$\frac{I_2}{I_1} = 0.49999 \approx 0.5 \implies I_2 = 0.5 I_1$$

A continuación graficamos la intensidad para poder dar una idea de la situación

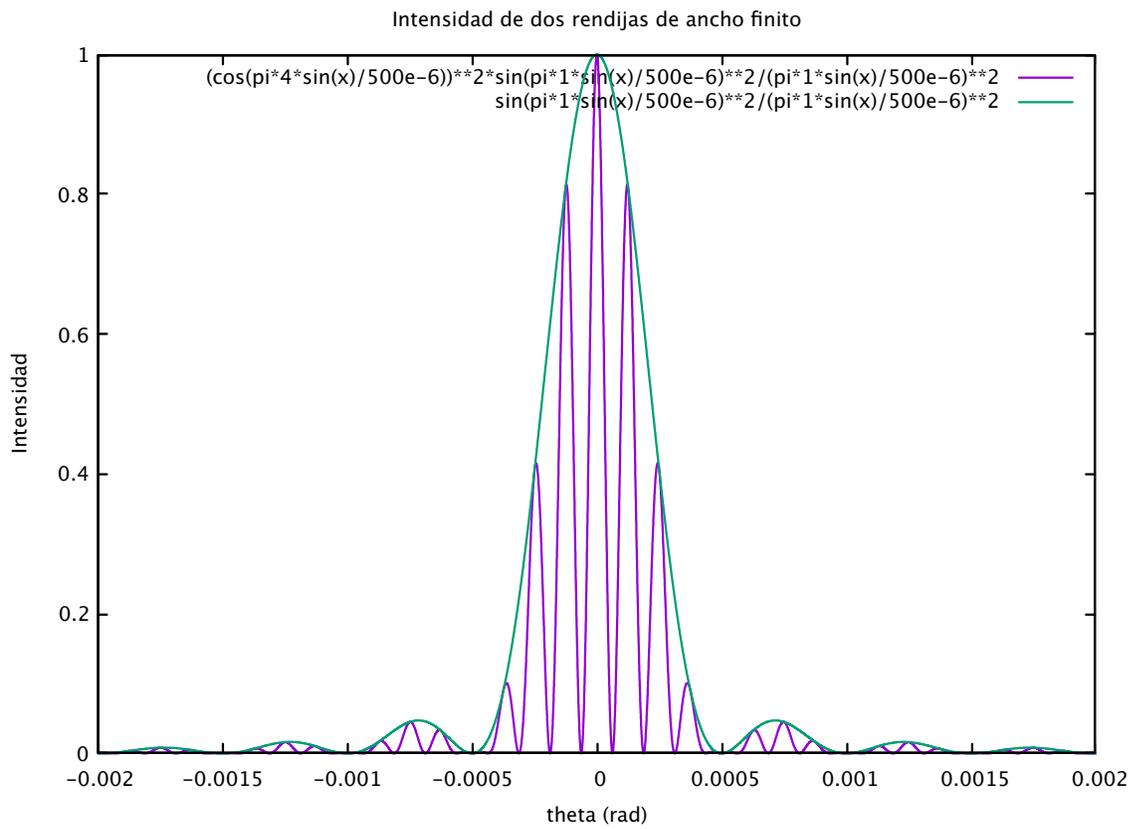


Figura 2: Intensidad de interferencia con difracción