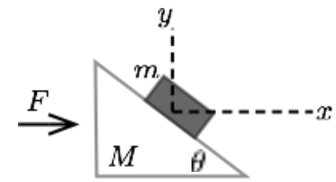
Ejemplos adicionales: fuerzas

1 Un bloque de masa m se desliza sin fricción por un plano inclinado de masa M e inclinación θ respecto a la horizontal. ¿Qué fuerza horizontal F hay que aplicar al plano inclinado para que el bloque no se mueva respecto a la superficie del plano?



Solución: Hay dos cuerpos: el bloque m y el plano inclinado M. Vamos a elegir el suelo como marco de referencia inercial, puesto que el plano inclinado se mueve de forma acelerada. La aceleración del plano es $\overrightarrow{\mathbf{a}} = a\hat{\mathbf{x}}$. Si queremos que el bloque no se mueva respecto al plano, este debe llevar también la misma aceleración, a. Seleccionamos el marco de referencia como en la figura, Las fuerzas en el bloque m son:

$$m\overrightarrow{\mathbf{g}} = -mg\hat{\mathbf{y}}$$
$$\overrightarrow{\mathbf{N}} = N\sin\theta\,\hat{\mathbf{x}} + N\cos\theta\,\hat{\mathbf{y}}$$

La suma de fuerzas es: en x debe dar ma, y en y, debe dar cero.

$$\sum F_x = ma; \quad \sum F_y = 0$$
$N\sin\theta = ma$ (ec. 1); $\quad N\cos\theta - mg = 0$ (ec. 2)

Ahora podríamos hacer la suma de fuerzas en el plano inclinado. No obstante, vamos a probar una estrategia un poco diferente, que nos llevará en este caso igualmente a la respuesta correcta. Consideremos todo (ambos cuerpos) como un sistema. La suma de fuerzas solo en x para el sistema da

$F = (M+m)a$ (ec. 3)

pues las reacciones entre ambas (la normal que el plano le hace al bloque y la normal que el bloque le hace al plano) se cancelan.

Estrategia: en la ec. 3 nos falta la aceleración. De la ec. 2 despejamos la normal, dándonos $N = mg/\cos\theta$. Con esto, sustituimos en la ec. 1 para encontrar la aceleración, $\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = ma \implies a = g\tan\theta$. Finalmente, con eso sustituimos en la ec. 3 para encontrar $F = (M+m)g\tan\theta$.

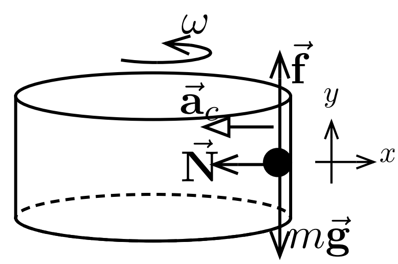
2 La Tierra tiene un radio de 6370 km, y da una vuelta cada 24 h. ¿Cuánto afecta al peso mg de una persona la rotación terrestre?

Solución: según nuestra definición de peso, necesitamos encontrar la fuerza normal en el ecuador. Si elegimos positivo hacia el centro de la Tierra, suma de fuerzas da

$$mg - N = mr\omega^2$$

Sabemos que $\omega = 2\pi/T$, con $T = 24\,\mathrm{h}$, con lo que al sustituir números queda $N = 0.997mg$.

3 Un objeto de masa m se coloca en la pared interna de un cilindro de radio r que rota. Entre la pared y el objeto hay un coeficiente de fricción μ. a) ¿Con qué frecuencia debe rotar el cilindro para que la partícula no caiga? b) ¿Cuál es la velocidad tangencial de la partícula?



Solución: las fuerzas son: $\vec{\mathbf{f}} = \mu N\hat{\mathbf{y}}$; $m\overrightarrow{\mathbf{g}} = -mg\hat{\mathbf{y}}$; $\overrightarrow{\mathbf{N}} = -N\hat{\mathbf{x}}$. Entonces, la suma de fuerzas en y nos da

$\mu N - mg = 0$ (ec. 1)

y la suma de fuerzas en x da

$-N = -mr\omega^2$ (ec. 2).

De la ec. 1, obtenemos $N = mg/\mu$, lo que usamos en la segunda para obtener $\omega^2 = \dfrac{g}{\mu r} \implies 2\pi f = \sqrt{\dfrac{g}{\mu r}}$, con lo que $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{\mu r}}$.